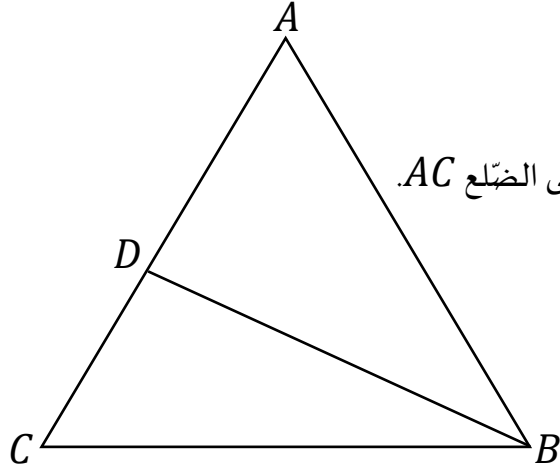


امتحان 8 - حساب مثلثات

(3) في مثلث متساوي الساقين ABC حيث $(AB = AC)$ ، معطى أن:

$AC = 25$ ، $BC = 30$ ، ومعطى أن المستقيم BD هو ارتفاع على الضلع AC .



أ. احسبوا مقدار زوايا القاعدة في المثلث ABC .

ب. جدوا طول الارتفاع BD .

ج. جدوا طول القطعة DC .

تقع النقطة E على القطعة DC ، بحيث تكون النسبة بين مساحة المثلث ABE ومساحة المثلث EBC هي $\frac{19}{6}$.

د. جدوا طول القطعة DE .

أ. نحسب مقدار زوايا القاعدة في المثلث ABC

ننزل ارتفاعاً من الرأس A على القاعدة BC يقطعها في النقطة E

بما أن $AB = AC = 25$

⇓

فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقاعدته BC

⇓

الارتفاع من الرأس على القاعدة ينصف القاعدة

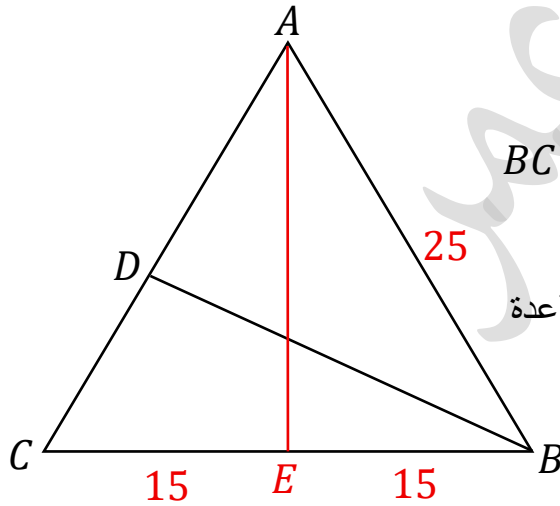
⇓

$BE = EC = 15$

في المثلث القائم ABE :

$$\cos(\angle ABC) = \frac{BE}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

⇓



معطى
 $BC = 30$



$$\angle ABC = 53.13^\circ$$

وبما أن زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين متساويتان:

$$\angle BCA = \angle ABC = 53.13^\circ$$

نجد طول الارتفاع BD

ب.

بما أن النقطة D تقع على الضلع AC

$$\angle BCD = \angle BCA = 53.13^\circ$$

وبما أن $BD \perp AC$

⇓

المثلث BCD هو مثلث قائم الزاوية

⇓

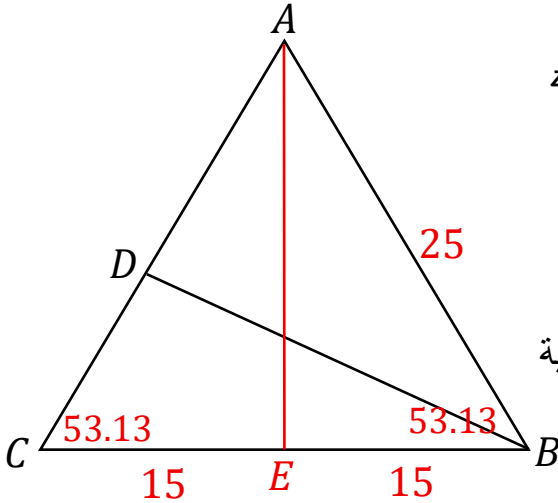
$$\sin(\angle BCD) = \frac{BD}{BC}$$

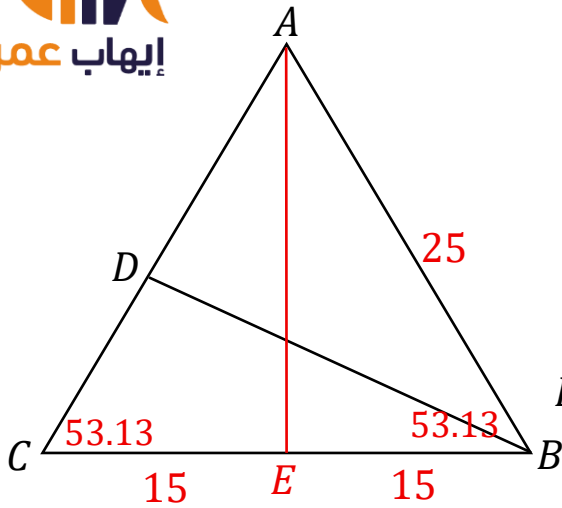
$$\sin(53.13^\circ) = \frac{BD}{30} \quad / \cdot 30$$

$$BD = 30 \cdot \sin(53.13^\circ) = 24$$

⇓

$$BD = 24$$





نجد طول القطعة DC

$$\cos(\angle BCD) = \frac{DC}{BC}$$

$$\cos(53.13^\circ) = \frac{DC}{30} \quad / \cdot 30$$

$$DC = 30 \cdot \cos(53.13^\circ) = 18$$

↓

$$DC = 18$$

طول القطعة DE

معطى أن النقطة E تقع على القطعة DC

المثلثان ABE و EBC لهما نفس الارتفاع النازل من الرأس B إلى الضلع AC، لذلك النسبة بين مساحتهما تساوي نسبة قاعدتيهما على الخط AC:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{EBC}} = \frac{AE}{EC}$$

ومن المعطى:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{EBC}} = \frac{19}{6}$$

$$\frac{AE}{EC} = \frac{19}{6}$$

نفرض:

$$DE = x$$

$$AD = AC - DC = 25 - 18 = 7$$

$$AD = 7$$

$$AE = AD + DE = 7 + x$$

وبما أن $DC = 18$:



$$EC = DC - DE = 18 - x$$

نعوّض في النسبة:

$$\frac{7 + x}{18 - x} = \frac{19}{6}$$

$$6(7 + x) = 19(18 - x)$$

$$42 + 6x = 342 - 19x$$

$$25x = 300$$

$$x = 12$$

$$DE = 12$$

