دوال جذرية – 2023 صيف ب

7. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) هل الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحورين؟ علّلوا إجابتكم.

(3) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

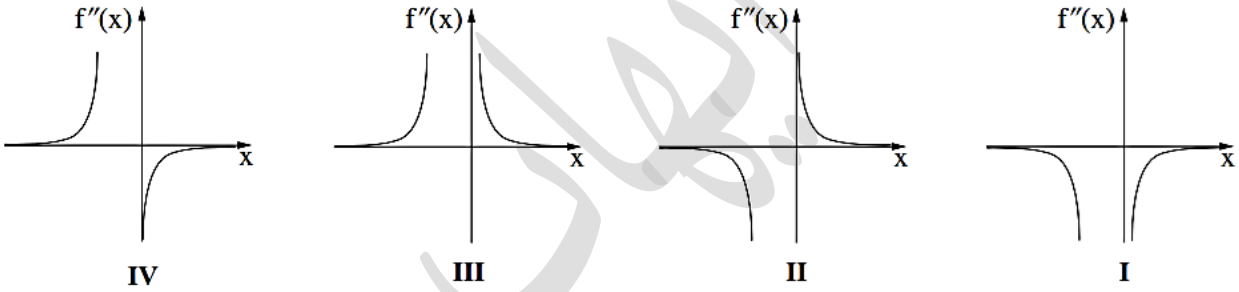
(4) جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

معطى أنّه لا توجد للدالّة $f(x)$ نقاط التواء.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

جـ. استعينوا بالرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$. علّلوا تحديدكم.

د. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$ والمحور x والمستقيمين $x=1$ وَ $x=2$.



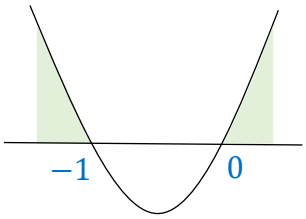
أ) (1) مجال تعريف $f(x)$

$$f(x)=\frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}$$

$$\sqrt{x^2+x}\neq 0$$

$$x^2+x\neq 0$$

$$x(x+1)\neq 0$$



$x\neq 0$ $x\neq -1$

$x<-1\,,x>0$

أ) (2) هل تقطع $f(x)$ المحاور

محور x

$$0=\frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}\rightarrow 0=4x$$

لا يوجد

محور y

لا يوجد

لا تقطع

أ) (3) خطوط تقارب $f(x)$

عمودية

$$lim_{x\to 0^+}\frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}=\frac{0}{0}=0$$

$$lim_{x\to -1}\frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}=\frac{-4}{0}=\infty$$

أفقية

$$lim_{x\to +\infty}\frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}=4$$

$$lim_{x\to -\infty}\frac{4x}{\sqrt{x^2+x}}=-4$$

$x=-1\,,y=4\,,y=-4$

ثغرة $(0,0)$

أ) (4) تصاعد وتنازل $f(x)$

نطلب $f'(x)=0$

$$f'(x)=\frac{4\sqrt{x^2+x}-4x\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}}{x^2+x}=\frac{8(x^2+x)-4x(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}(x^2+x)}$$

$$\frac{8x^2+8x-8x^2-4x}{2\sqrt{x^2+x}(x^2+x)}=\frac{2x}{\sqrt{x^2+x}(x^2+x)}=0$$

$\cdot\sqrt{x^2+x}(x^2+x)$

$2x = 0 \rightarrow \emptyset$ خارج المجال

نصنّف:

	-2	-1		0	1
$f'(x)$	$-$	مجال	خارج	مجال	$+$
$f(x)$	↘	غير معرف	المجال	غير معرف	↗

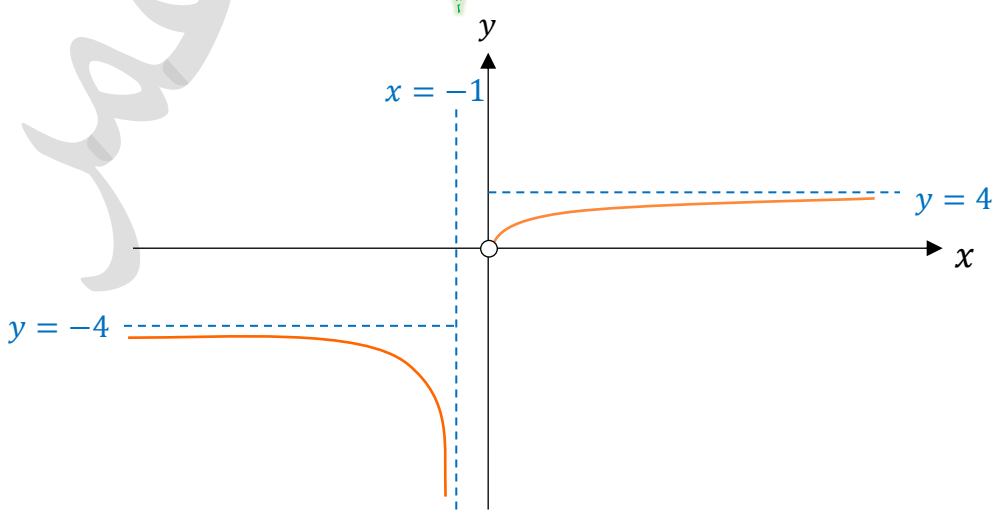
$$f'(x) = \frac{-4}{\sqrt{4-2}(4-2)} = (-)$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1+1}(1+1)} = (+)$$

تصاعد: $x > 0$

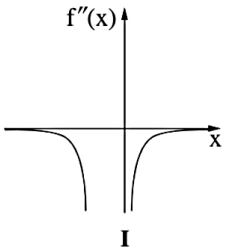
تنازل: $x < -1$

ب) رسم $f(x)$



ج) تحديد رسم $f''(x)$

العلاقة بين الدالة ومشتقتها الأولى والثانية:



		-1		0	
$f(x)$	∩				∪
$f'(x)$	↘				↗
$f''(x)$	−				+

رسمة I

ج) مساحة محصورة

$$S=\int_1^2 0-f''(x)dx=-f'(x)\Big|_1^2=-\frac{2x}{\sqrt{x^2+x}(x^2+x)}\Big|_1^2=$$

$$=-\frac{4}{\sqrt{4+2}(4+2)}-\left(-\frac{2}{\sqrt{1+1}(1+1)}\right)=-\frac{4}{6\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{2}}=0.435$$

وحدة مساحة $S=0.435$

نهاية السؤال