دالة مثلثية – شتاء 2026

3. معطاة الدالّة $f(x)=\cos(3x)+a$ ، المعرَّفة في المجال $0 \le x \le \frac{2}{3}\pi$.

a هو بارامتر.

أ. جدوا الإحداثيّات x للنقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

معطى أنّ الإحداثيّ y لنقطة النهاية الصغرى للدالّة $f(x)$ هو -1.5 .

ب. جدوا قيمة a .

عوِّضوا $a=-0.5$ في الدالّة $f(x)$ ، وأجيبوا عن البنود "جـ – هـ" .

جـ. جدوا إحداثيّات نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

د. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

مرَّروا مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في نقطة نهايتها الصغرى.

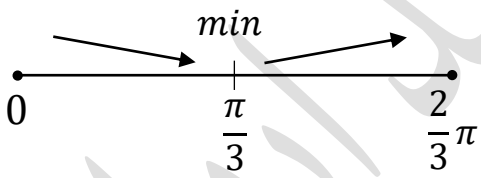
هـ. **(1)** جدوا معادلة المماسّ.

(2) جدوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمماسّ والمحور y .

موقع إيهاب عمر

أ. نجد إحداثيّات الـ x للنقاط القصوى للدّالّة $f(x)$ ونحدد نوعها

$$f(x) = \cos(3x) + a$$
$$f'(x) = -3\sin(3x)$$
$$f(x) = 0$$
$$0 = -3\sin(3x)$$
$$\sin(3x) = 0$$
$$3x = \pi k$$
$$x = \frac{\pi}{3}k$$
$$x = 0\,,\frac{\pi}{3}\,,\frac{2}{3}\pi$$



$$x_{max} = 0 \quad x_{min} = \frac{\pi}{3} \quad x_{max} = \frac{2}{3}\pi$$

ب. جدوا قيمة البارامتر a

معطى أنّ احداثي الـ y لنقطة النهاية الصغرى هو -1.5

$$x_{min} = \frac{\pi}{3}$$
$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1 + a$$
$$-1 + a = -1.5$$
$$a = -0.5$$

ج. نجد تقاطع الدّالّة $f(x)$ مع المحور x

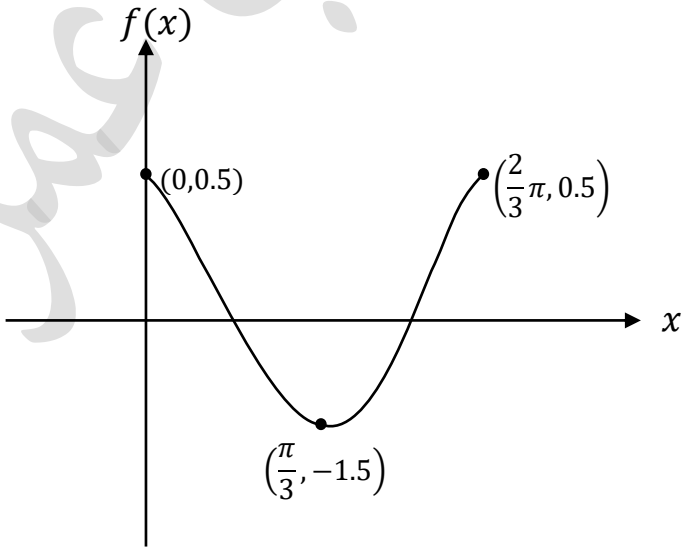
$$f(x) = \cos(3x) - 0.5$$
$$f(x) = 0$$
$$\cos(3x) - 0.5 = 0$$
$$\cos(3x) = 0.5$$

$$3x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi \qquad 3x = \frac{\pi}{3} + 2\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}\pi k \qquad x = \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}\pi k$$

$$\left(\frac{5\pi}{9}, 0\right) \quad \left(\frac{\pi}{9}, 0\right)$$

د. نرسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدّالّة $f(x)$

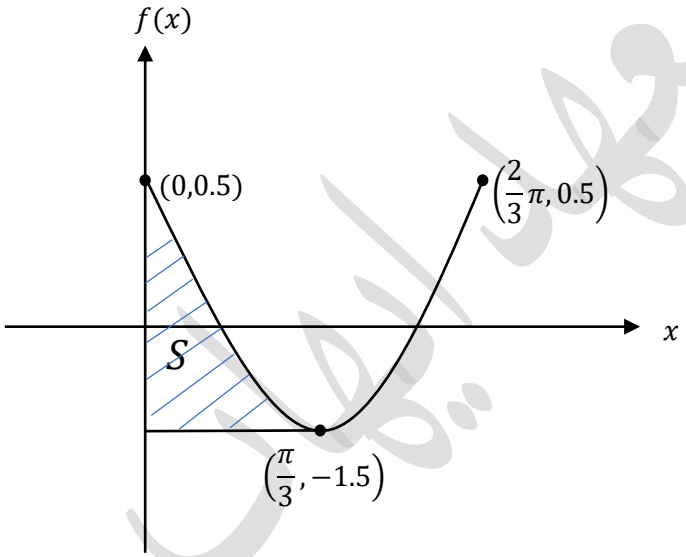


ه. (1) نجد معادلة المماس

معطى أنّ مماس الدّالّة يمر في نقطة نهايتها الصغرى لذلك سيكون المماس موازيًا للمحور x $\Leftarrow$ ميله 0، ونقطة التّماس هي $\left(\frac{\pi}{3}, -1.5\right)$

$$y = -1.5$$

(2) نجد المساحة المحصورة بين رسم الدّالّة $f(x)$ والمماس والمحور y



$$S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(f(x) - (-1.5)\right)dx \implies \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos(3x) - 0.5 + 1.5)dx \implies$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos(3x) + 1)dx = \frac{\sin 3x}{3} + x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$S = \frac{\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{3}\right)}{3} + \frac{\pi}{3} - \left(\frac{\sin 0}{3} + 0\right) = 0 + \frac{\pi}{3} - 0$$

$$S = \frac{\pi}{3}$$