# هندسة تحليليّة – شتاء 2026

**1.** معطى قطع ناقص معادلته بسيطة. النقطة $A(1,3)$ تقع على محيط القطع الناقص.
إحداثيّات البؤرة اليُمنى للقطع الناقص هي $(\sqrt{6.4},0)$ .

**أ.** جدوا معادلة القطع الناقص.

النقطة B هي نقطة تقاطُع القطع الناقص مع الجزء الموجب للمحور x .
عَبْرَ النقطة A ، مرَّروا مستقيمًا يمرّ عَبْرَ نقطة أصل المحاور، النقطة O .
النقطة C هي نقطة ما على المستقيم AO . النقطة P هي منتصف القطعة BC .

**ب.** جدوا معادلة المحلّ الهندسيّ لجميع النقاط P .

**جـ.** جدوا معادلة الدائرة التي تمسّ المحلّ الهندسيّ الذي وجدتموه، وتمسّ المستقيم AO في النقطة O .

أ. إيجاد معادلة القطع النّاقص

المعادلة العامّة للقطع النّاقص:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

معطى أنّ إحداثيّات البؤرة اليمنى هي $(\sqrt{6.4},0)$

$$\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{6.4}$$

$$a^2-b^2=6.4$$

$$a^2=b^2+6.4$$

$$\frac{x^2}{b^2+6.4}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

معطى أنّ النّقطة $(1,3)$ تقع على القطع المكافئ

$$\frac{1^2}{b^2+6.4}+\frac{3^2}{b^2}=1$$

$$b^2+9(b^2+6.4)=b^2(b^2+6.4)$$

$$b^4-3.6b^2-57.6=0$$

$$t=b^2$$

$$t^2-3.6t-57.6=0$$

$$t=9.6 \quad \cancel{t=-6}$$

$$b^2=9.6$$

$$\Rightarrow a^2=16$$

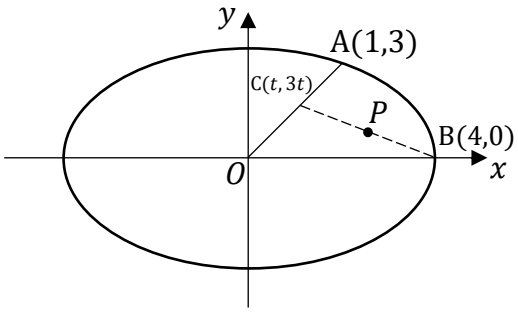
$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9.6}=1$$

معهد إيهاب عمر

ب. إيجاد معادلة المحلّ الهندسيّ لجميع النّقاط $P$

معطى أن النقطة $B$ هي نقطة تقاطع القطع الناقص مع المحور $x$

نجد إحداثيّات النّقطة $B$:




$$\frac{x^2}{16}+\frac{0}{9.6}=1$$

$$x=\pm 4$$

$$B(4,0)$$

نجد معادلة المستقيم $AO$:

$$A(1,3)\text{ ، }O(0,0)$$

$$m=\frac{3-0}{1-0}=3$$

$$y=3x$$

النّقطة $C$ هي نقطة ما على المستقيم $AO$ نرمز لها بِـ $C(t,3t)$

معطى أنّ النّقطة $P$ هي وسط القطعة $BC$

$$x_P=\frac{t+4}{2}\text{ ، }y_P=\frac{3t}{2}$$

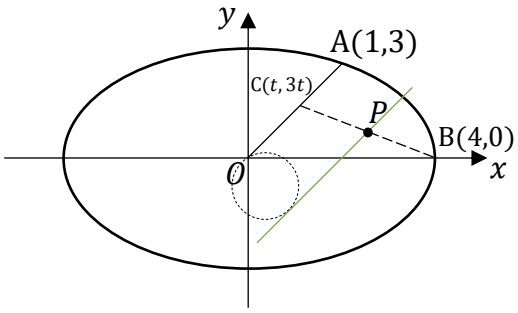
$$2x_P-4=t\text{ ، }\frac{2y_P}{3}=t$$

$$2x_P-4=\frac{2y_P}{3}$$

$$y_P=3x_P-6$$

معهد إيهاب عمر

ج. إيجاد معادلة الدّائرة التي تمسّ المحلّ الهندسيّ والمستقيم $AO$ في النّقطة $O$




ميل المستقيم $AO$ هو 3

$$\Rightarrow m_{\text{نصف القطر}} = -\frac{1}{3}$$

نرمز لمركز الدائرة المطلوبة بِـ $(a,b)$

$$\frac{b-0}{a-0} = -\frac{1}{3}$$

$$a = -3b$$

مركز الدائرة $(-3b, b)$

المحلّ الهندسيّ الذي وجدناه سابقًا $-3x + y + 6 = 0$ ، وَ $AO: -3x + y = 0$

أيّ أنّ المماسيْن ($AO$ وَالمحلّ الهندسيّ) متوازيان والبُعد بينهما هو $2R$

لذا، الدائرة محصورة بين هذين المماسين فنستنتج أنّ مركزها يقع بالرّبع الرّابع

نجد نصف قطر الدائرة:

$$R = \sqrt{(-3b-0)^2 + (b-0)^2} = -\sqrt{10}b \quad (b \text{ هو عدد سالب})$$

$$\frac{|6-0|}{\sqrt{10}} = -2\sqrt{10}b$$

$$6 = -20b$$

$$b = -0.3$$

$$\Rightarrow a = 0.9$$

$$(x-0.9)^2 + (y+0.3)^2 = 0.9$$