

امتحان 2 - هندسة مستوية

(5) الضلع AB هو ضلع مشترك بين المثلثين ABD و ABC .

معطى $\angle ABC = \angle BAD$ ، $\angle C = \angle D$.

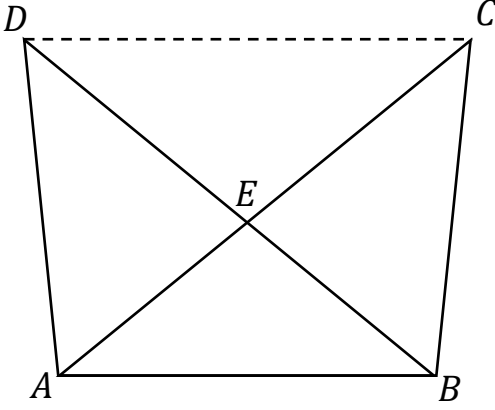
أ. برهنوا: $\triangle ABD \cong \triangle ABC$.

ب. برهنوا: $\angle BDC = \angle ACD$.

معطى $\angle ADB = 40^\circ$ ، $BD \perp AC$.

ج. جدوا $\angle BAC$.

د. برهنوا: $AB \parallel CD$.



الحل:

أ.

نبرهن أن $\triangle ABD \cong \triangle ABC$

نرمز أن: $\angle C = \alpha$ ، $\angle ABC = \beta$

(مجموع زوايا المثلث 180)

$$\Rightarrow \angle CAB = 180 - \angle C - \angle ABC = 180 - \alpha - \beta$$

$$\Rightarrow \angle DBA = 180 - \angle D - \angle BAD = 180 - \alpha - \beta$$

$\Downarrow$

$$\angle CAB = \angle DBA$$

معطى أن: الضلع AB هو ضلع مشترك بين المثلثين ABD و ABC

ومعطى أيضاً أن: $\angle ABC = \angle BAD$

$\Downarrow$

$\triangle ABD \cong \triangle ABC$ ، حسب نظرية التطابق (ز.ض.ز)



نبرهن أن: $\angle BDC = \angle ACD$

ب.

نطابق المثلثين DBC و DAC

$AD = BC$ (نتيجة التطابق في الفرع السابق)

بما أن: $\angle ABC = \angle BAD$ وأيضا $\angle BAC = \angle DBA$

$$\begin{aligned} \angle ABC - \angle DBA &= \angle DBC \\ \angle BAD - \angle BAC &= \angle DAC \end{aligned} \Rightarrow \text{(طرح قيم متساوية من قيم متساوية)}$$

$\Downarrow$

$$\angle DBC = \angle DAC$$

$BD = AC$ (نتيجة التطابق في الفرع السابق)

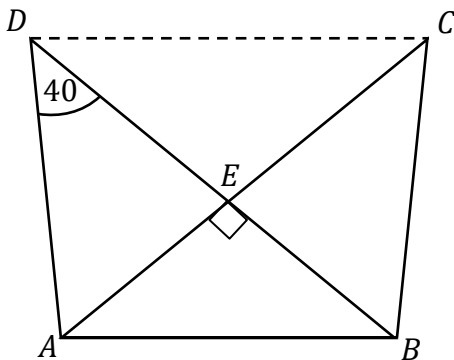
$\triangle DBC \cong \triangle DAC$ ، حسب نظرية التطابق (ض.ز.ض)

$\Downarrow$

$$\angle BDC = \angle ACD \text{ (نتيجة التطابق)}$$

نجد $\angle BAC$

ج.



معطى أن: $BD \perp AC$ وأيضا $\angle ADB = 40^\circ$

نتيجة البرهان في الفرع (أ): $\angle BAC = \angle DBA$

نستنتج أن المثلث AEB هو مثلث متساوي الساقين

(زوايا القاعدة متساوية)



$$\angle AEB = 90^\circ \text{ (معطى أن: } BD \perp AC \text{)}$$

$$\angle BAC = \angle DBA = \frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$$

⇓

$$\angle BAC = 45^\circ$$

نبرهن أن: $AB \parallel CD$

د.

من الفرع (ب) برهنا أن: $\angle BDC = \angle ACD$

إذا المثلث DEC هو مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية

$$\Rightarrow \angle BDC = \angle ACD = \frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$$

، هي زوايا متساوية ومتناظرة ، $\angle ACD = \angle BAC = 45^\circ$

نستنتج أن: $AB \parallel CD$

