سؤال 7 - شتاء 2022

7. معطاة الدالّة: $f(x)=x\cdot\sqrt{x+18}$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

جـ. جد إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

هـ. معطاة الدالّة $g(x)=-2\cdot f(x)$.

(1) جد إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $g(x)$، وحدّد نوع هذه النقاط.

(2) نرمز بـ A وَ B إلى النقطتين القصويين الداخليّتين للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$ بالتلاؤم.
النقطة O هي نقطة أصل المحاور.
احسب مساحة المثلّث ABO .

(أ) نجد مجال التعريف:

$$f(x)=x\cdot\sqrt{x+18}$$

$$x+18\geq 0$$

$$\Downarrow$$

$$x\geq -18$$

الجواب النهائي

(ب) نجد التقاطع مع المحاور:

التقاطع مع محور x:

$$f(x)=0$$

$$\Downarrow$$

$$0=\underbrace{x}\cdot\underbrace{\sqrt{x+18}}$$

$$x=0$$

$$\sqrt{x+18}=0$$

$$\Downarrow \quad ()^2$$

$$x+18=0$$

$$\Downarrow$$

$$x=-18$$

نقطة تقاطع الدالة مع محور x $\longleftarrow$ $(0,0)\ ,(-18\ ,0)$

الجواب النهائي

التقاطع مع محور y:

$$f(0)$$

$$\Downarrow$$

$$f(0)=0\cdot\sqrt{0+18}=0$$

$$\Downarrow$$

نقطة تقاطع الدالة مع محور y $\longleftarrow$ $(0,0)$

الجواب النهائي

صفحة إيهاب عمر

(ج) نجد النقاط القصوى ونوعها:

$$f'(x) = \sqrt{x+18} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+18}}$$

$$\Downarrow$$

مقام مشترك

$$f'(x) = \frac{x + 2 \cdot (x+18)}{2\sqrt{x+18}}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = \frac{3x+36}{2\sqrt{x+18}}$$

$$\Downarrow$$

$$0 = \frac{3x+36}{2\sqrt{x+18}}$$

$\cdot 2\sqrt{x+18}$

$$\Downarrow$$

$$3x + 36 = 0$$

$$\Downarrow \qquad \div 3$$

$$\boxed{x = -12}$$

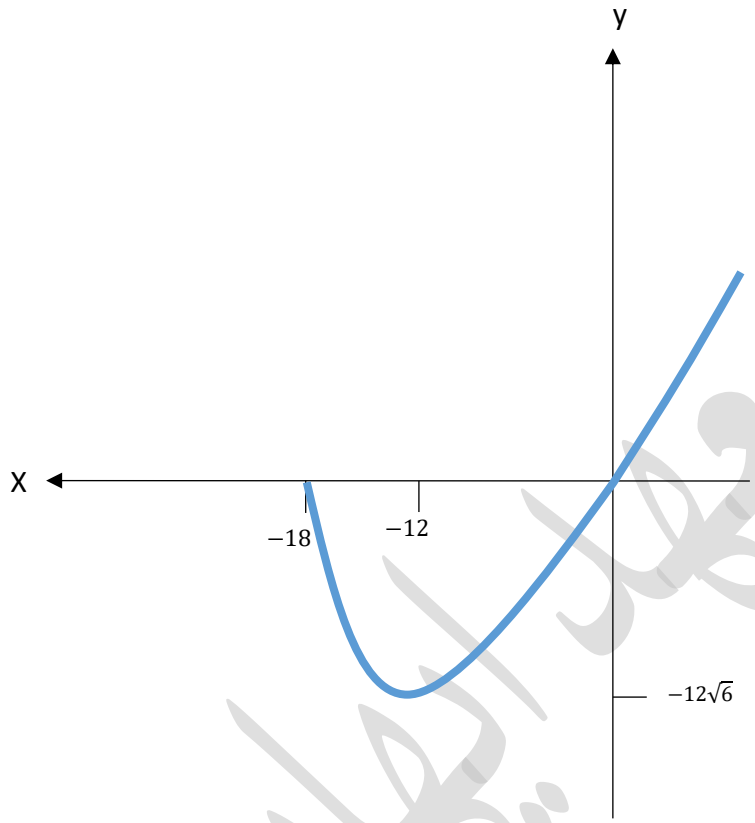
نُصنف النقطة:

x	مجال غير معرف	-18	-15	-12	0
f'(x)		+	−	0	+
f(x)		0	↘	$-12\sqrt{6}$	↗

النقاط القصوى للدالة ← $(-18,0)_{max}\ ,\ (-12,-12\sqrt{6})_{min}$

الجواب النهائي

(د) الرسم البياني:



معهد إيهاب عمر

(ه)(1) نجد النقاط القصوى للدالة $g(x)$:

$$g(x) = -2 \cdot f(x)$$

$$\Downarrow$$

$$g'(x) = -2 \cdot f'(x)$$

كما نرى أعلاه انَّ الدالة مضروبة بسالب ونتيجة ذلك انَّ الدالة تُقلب (أي النقاط القصوى تتحول من نقاط قصوى صغرى الى نقاط قصوى صغرى والعكس صحيح)

$$(-18,0)_{max}\ ,(-12,-12\sqrt{6})_{min} \rightleftarrows (-18,0)_{min}\ ,(-12\ ,12\sqrt{6})_{max}$$

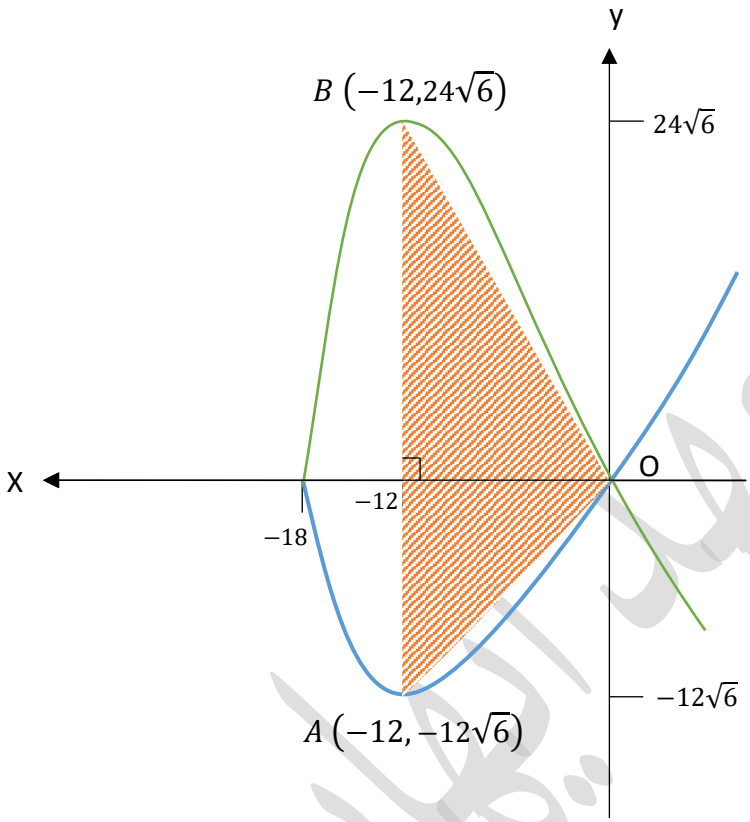
بالإضافة الى ذلك الدالة ضُرِبَت بِـ 2 أي اننا قمنا بمضاعفة كل احداثي y لنفس x

$$(-18,0)_{min}\ ,(-12\ ,12\sqrt{6})_{max} \rightleftarrows (-18,0)_{min}\ ,(-12\ ,24\sqrt{6})_{max}$$

النقاط القصوى للدالة $g(x)$ $\leftarrow$ $(-18,0)_{min}\ ,(-12\ ,24\sqrt{6})_{max}$

الجواب النهائي

(ه)(2) نجد مساحة المثلث ΔABO :



$$\Delta ABO = \frac{h \cdot AB}{2}$$

$\Downarrow$

كما نرى أعلاه انَّ النقطتان A و B تقعان على استقامة واحدة $\leftarrow$ $AB = Y_B - Y_A$

$\Downarrow$

$$\Delta ABO = \frac{(0-(-12)) \cdot \left(24\sqrt{6} - \left(-12\sqrt{6}\right)\right)}{2} = \frac{12 \cdot 36\sqrt{6}}{2} = \boxed{216\sqrt{6}}$$

وحدة مساحة